4. Problem i matematiken – Diskursiva sanningar om matematikundervisningens varför och hur?

Anette de Ron
Stockholms universitet

Sammanfattning

I detta kapitel undersöker jag spänningsfält mellan matematikundervisningens och problemlösningens varför och hur. Mer specifikt undersöks diskurser om problems användning i matematikundervisningen i sammanvävningen mellan matematik och problemlösning. Det övergripande syftet med studien är att synliggöra hur denna sammanvävning iscensätts och legitimeras i vår tid genom att se tillbaka i historien och studera texter från 1840-talet och framåt. Genom diskursanalys ses texterna som uttryck för vad som ger mening i ett specifikt sammanhang och en specifik tid gällande problemlösning och matematikundervisning. I resultatet framträder diskursiva sanningar om matematikundervisningens varför och hur, där matematikundervisningens syfte och utformning av undervisningen diskuteras. Vidare diskuteras att spänningsfältet mellan de diskursiva sanningarna om matematikundervisning och problemlösning hela tiden gör sig gällande, samt hur resultatet relateras till olika positioneringar av elever.

Introduktion

Att goda matematikkunskaper är nödvändiga för livet i ett modernt samhälle påstås ofta, exempelvis i styrdokument för skolan och i PISAs[1] ramverk. Skolmatematikens uppgift är att skapa en matematiskt kompetent elev som kan fungera väl som medborgare i samhället (se också

[1] Organisationen för ekonomiskt samarbete och utvecklings (OECD) Programme for International Student Assessment (PISA) utvärderar utfallet av medlemsländernas skolsystem. I samband med detta tas ramverk fram, vilket beskriver de kompetenser som utvärderas.

Hur du refererar till det här kapitlet:
de Ron, A. (2022). Problem i matematiken – Diskursiva sanningar om matematikundervisningens varför och hur? I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 69–99). Stockholm University Press. DOI: https://doi.org/10.16993/bcc.e.

Norén & Valero, 2022). Men frågan om vilka kunskaper och förmågor medborgare behöver, har förändrats genom historien och olika mål och argument för matematikundervisning har betonats vid olika tidpunkter.

Idag beskrivs ofta kunskaper i matematik i termer av att kunna lösa problem där matematik och problemlösning är nära förbundna med varandra. Ett exempel på detta kan ses i Matematikdelegationens betänkande, med syfte att förändra matematikundervisningen i Sverige, *Att lyfta matematiken* (SOU, 2004:97). Matematikdelegationen framhåller att ”Ett modernt matematikkunnande [innebär att] behärska konsten att hantera problem” (s. 86). Problemlösning beskrivs, i matematikdidaktisk forskning, som hjärtat i matematiken (t.ex. Schoenfeld, 2013) och matematikundervisning och problemlösning som sammanvävda med varandra så att det ibland inte går att säga var det ena börjar och det andra slutar.

Men har det alltid varit så? I diskussioner från 1840-talet om matematikundervisning i Sverige finner man att ord som ’matematiska problem’ eller ’problemlösning’ förekommer. Trots det skriver forskningstexter från slutet av 1900-talet fram problemlösning som ett nytt innehåll med nya betydelser (t.ex. Stanic & Kilpatrick, 1988). Idén om problemlösning som central i förändring och förbättring av matematikundervisning lyfts fram (t.ex. Stein, Boaler & Silver, 2003) och problemlösande arbetssätt eller reformorienterad undervisning ställs ofta i motsatsförhållande till traditionell undervisning (t.ex. Boaler, 2002).

Problemlösning i matematikundervisning är en högst aktuell fråga i stora delar av världen idag men är för den skull inte särskilt ny. Tvärtom har frågan, som vi sett ovan, funnits med under lång tid. Exempelvis visar Wyndhamn, Riesbeck och Schoultz (2000) att tyngdpunkten i problemlösning i svenska styrdokument har förskjutits över tid. Ett sätt att synliggöra vår nutida förståelse av problemlösning i matematikundervisning är att se tillbaka. Att exempelvis se på dokument som publicerats över tid kan vara ett sätt att synliggöra vilka argument som verkar komma tillbaka igen och igen; att studera hur och om undervisning har ändrats, eller om gamla idéer kanske bara har fått nya, mer moderna, namn (Furinghetti & Karp, 2017; Popkewitz, 2018). Problem och problemlösning har varit kopplat till matematikundervisning i mer än 170 år. Därför går det att undersöka vilka betydelser begreppen tillskrivits vid olika tidpunkter och hur man har tänkt att de tillsammans bidrar till medborgarnas kunskap och kompetens. Detta är dock inte tillräckligt för att få en nyanserad bild av problemlösning i matematikundervisning. Istället är intresset i denna studie fokuserat på hur relationen mellan problemlösning och matematikundervisning har uttryckts i olika texter över tid. Genom detta försök att veckla ut och ge ny insikt om problemlösning kan det bli möjligt att ompröva de komplexiteter som är ”mer pratat om än förutsagt, kontrollerat eller förstått” (Kilpatrick, 1969, s. 523).

Skillnader och likheter i antaganden om problemlösning och matematik kan synliggöras genom att se på skrifter från olika tidsperioder med ambitionen att synliggöra antaganden som har varit dolda för oss, genom att göra explicit sådant som har varit implicit eller så självklart att vi knappt ens tänker på det (Keller & Grontkowski, 2003). Då kan nutida argument för problemlösning i matematikundervisning omprövas och vi kan få syn på hur dessa explicit och implicit bygger på — eller inte— tidigare idéer om matematikundervisning. På så sätt kan vi förstå hur matematikundervisning och problemlösning konstruerats på olika sätt i olika tider och kontexter och få syn på sådant som vi tar för givet (Ball, 2017).

Relationen mellan matematik och problemlösning i matematikundervisning är fokus för den undersökning som presenteras här. Mer precist analyseras de diskurser som kommer fram i diskussionen om problems användning i matematikundervisningen och spänningsfälten mellan dessa diskurser.

Teoretiska utgångspunkter: Diskurs, sanningar och makt

Undervisning konstrueras genom *diskurser,* vilka får konsekvenser för hur lärare och elever kommer att förstå och förhålla sig till undervisning. När en lärare möter eller deltar i diskussioner om matematikundervisning, så påverkar detta lärarens tankar både om sin egen undervisning och om vad ’god’ undervisning kan vara. Regelbundenheter i sådana idéer kan beskrivas som diskurser (Foucault, 2002). Med andra ord är diskurser uttalanden (t.ex. språkliga) som ger mening i ett specifikt sammanhang och tid.

Diskurserna kan också beskrivas som en form av *sanningar*, accepterade sätt att tänka och kommunicera om företeelser under en viss tid och i vissa sammanhang (Foucault, 2002; 2003). Sanningarna skapas i sociala, kulturella och politiska kontexter, där vad som kan sägas och inte sägas, vem som kan tala och med vilken auktoritet ses som diskursivt, vilket ”innebär att man inte kan tala om vad som helst när som helst” (Foucault, 2002, s. 62). Diskurser är därmed styrande i den mening att de påverkar vad som kan sägas och tänkas, vad som är ’sant’ eller inte (Foucault, 2002). En viktig aspekt är således att diskurser får konsekvenser för vad som kan ses som sant och möjligt att uttrycka, exempelvis i klassrummet, men också vad som är osant och omöjligt. *Diskursiva sanningar* verkar genom de ord, konventioner och kategorier vi använder för att beskriva världen (Dahlberg, Moss & Pence, 2014). Därigenom känner vi igen det vi ser som sant eller falskt, normalt eller onormalt, rätt eller fel. Så blir ord och uttryck som vi använder för att beskriva matematik och problemlösning en del av diskursiva sanningar om matematik och problemlösning, det mer accepterade sättet att tänka och kommunicera om detta, under en viss tid och i ett visst sammanhang.

Diskursiva sanningar utövar makt över vårt tänkande och handlande genom att rikta vår blick mot och styra det som vi uppfattar som sanningen (Dahlberg m.fl., 2014). I texter skrivna för lärare skapas diskursiva sanningar om matematikundervisning och problemlösning vilka konstrueras genom den praktik som beskrivs. Lärare kan reproducera diskurser eller göra motstånd mot den och därmed också positionera sig i relation till diskurser, vilket också öppnar upp för en möjlig förändring (Bacchi, 2000). I och med detta synsätt handlar matematikundervisning inte bara om lärandet av matematikkunskap utan också om att skapa en individ, med särskilda förmågor och kunskaper. Skovsmose (1994) konstaterar att matematik har en formerande makt och 'gör någonting' med individen och samhället. Detta förstärks ytterligare av Popkewitz (2018), som hävdar att skolämnen, i ett historiskt perspektiv, inte har så mycket med lärande av olika ämnen att göra, utan kan ses som modeller för att skapa en särskild sorts människa. Ämnet matematik kopplas t.ex. ofta ihop med rationalitet och förnuft, vilket bygger på ett antagande om att människor drivs av rationella och förnuftiga tankegångar. Genom att få tillgång till skolmatematiken kan elever lösa problem och fatta förnuftiga och rationella beslut grundade på resonemang och fakta. Detta är en del av den styrning av matematikundervisning som påverkar vår syn på eleven, lärandet och läraren, samt de förmågor och kunskaper som eleven ska utveckla för att bli en god/medveten/duglig medborgare (Popkewitz, 2004; 2018). I en kritisk granskning av policydokument för skolor i USA ser Popkewitz (2004) att problemlösning spelar en central roll i hur den moderna problemlösande eleven skrivs fram och där diskursiva sanningar om undervisning, läraren och eleven målas upp. Ett annat sätt att säga detta är att de diskursiva sanningarna och spänningsfälten mellan dem påverkar undervisning och positionerar eleven på olika sätt. Just denna positionering av eleven blir en viktig del i analysen, som ett diskursivt fenomen, genom vilket individer tillskrivs attribut eller egenskaper (t.ex. Davies & Harré, 1990), här i texter om problemlösning i skolmatematiken.

För att förstå de villkor som matematikundervisning bedrivs under, och innehållet i det som definieras som skolmatematik, behöver detta förstås som sammanflätningar av olika delar, exempelvis syn på matematik, kunskap, elever och skolsystem. Matematikundervisning kan inte 'bara' förstås som att det handlar om att hitta det bästa sättet att styra lärare, elever och innehåll för att få bästa möjliga lärande (Valero, 2018). Istället kan matematikundervisning förstås som att den har kulturell och politisk betydelse för skapandet av medborgare genom att vi befinner oss i en ständigt pågående förhandling av vilka värderingar och sätt att förstå världen som ska ses som giltiga och vilka delar som ska lyftas fram eller nedprioriteras. Varken vad som räknas som matematik eller matematikundervisning är definierade en gång för alla utan befinner sig i en ständig omförhandling (Valero, 2018). Inte heller problemlösning kan ses som 'fixt och färdigt' där det betyder samma sak i alla sammanhang och i alla tider utan omförhandlas ständigt. Att undersöka fenomen över tid, handlar då inte i första hand om att undersöka ett fenomens ursprung eller linjära utveckling (Foucault, 2002). Istället handlar det om att försöka få syn på komplexitet och ibland motsägande beskrivningar, beskrivet av Barad (2010) som att nutiden är sammanvävt med både dåtiden och framtiden i ett samexisterande. Genom att synliggöra spänningsfält, motsättningar och avbrott i och mellan diskurser (Foucault, 2002) kan andra sätt att tänka och agera komma fram. Det handlar då om att göra det icke bekanta bekant och visa att det förflutna inte är så annorlunda från nutiden (Ball, 2017) och att rikta uppmärksamhet åt att tankar, handlingar och samtal inte har ett enda ursprung eller utvecklas på ett enda sätt (Popkewitz, 2018).

Sammanfattningsvis gör analys av diskursiva sanningar det möjligt att synliggöra diskurser och spänningsfält mellan diskurser, vilka framträder i sammanvävningen av problemlösning och matematikundervisning. Det övergripande syftet med denna studie är att synliggöra och undersöka hur denna sammanvävning iscensätts och legitimeras i vår tid genom att se bakåt i tid samt de effekter det får på undervisningen och synen på eleven. Ett mer precist syfte är att studera de diskursiva sanningar som produceras i texter om matematikundervisning och problemlösning samt spänningsfälten mellan dessa samt de positioneringar som detta gör synligt.

Metodologiska utgångspunkter

I denna studie undersöks produktionen av diskursiva sanningar samt spänningsfält mellan dessa, mönster och regelbundenheter i det som sägs om problemlösning och matematikundervisning, i olika texter från olika tidsperioder. I en diskursanalys ses inte enbart författaren till texten som den som står bakom diskursens ursprung (Valero & Knijnik, 2015) och analysen av texterna är inte en utvärdering av författarna bakom dessa. Istället visar analysen exempel på vad som kan sägas och skrivas om problemlösning i matematikundervisning i en viss kontext och under en viss tid.

Bakgrunden till att det undersökta tidsspannet börjar i 1840-talet är att folkskolestadgan 1842 innebar att skolgång blev obligatorisk, utbyggnad av en breddad folkbildning, folkskolan, och att skolan blev en angelägenhet för alla barn, oavsett samhällsklass i och med detta. Texter från två olika kontexter undersöks, dels artiklar och liknande om undervisning (se Bilaga, Tabell 1–2), och dels handledningar och styrdokument för skolan (se Bilaga, Tabell 3–4). När det gäller styrdokument för skolan, från Normalplanen för folkskolan 1878[2] till Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet 2011 består data av 10 styrdokumenten och tillhörande handledningar. Data i den första kontexten är hämtade från skolmatematikskt arkiv (SMA)[3] innehållande drygt 700 dokument från 1800-talet och framåt. SMA innehåller dokument framtagna under Sverker Lundins avhandlingsarbete och omfattar således ett urval av texter av praktiska, såväl som andra, skäl. Denna studies syfte är dock inte att ge en fullständig förteckning över texter som producerats om problemlösning över tid, då hade ett annat sätt att förvärva texter använts. Istället är ambitionen att synliggöra diskurser och spänningsfält mellan diskurser. Urvalet bestämdes av sökordet *problem*, vilket gav totalt 21 texter och består av artiklar, läroböcker och andra böcker samt styrdokument och handledningar utgivna av staten (se Bilaga). Författarna till texterna är företrädesvis verksamma lärare, oftast lektorer i matematik vid läroverk. Detta kan jämföras med resultat från en studie där Johan Prytz (2017) konstaterar att fram till mitten av 1900-talet drevs förändringar i undervisning främst av läroboksförfattare och inte av styrdokument för skolan.

---

[2] Det första styrdokumentet efter folkskolestadgan 1842, Normalplan för undervisning i folkskolan, kom 1878.

[3] Se http://gupea.ub.gu.se/handle/2077/25482.

Diskursanalys, med utgångspunkt i Foucaults teoribildning, har använts för att få syn på regelbundenheter i hur arbete med problem i matematikundervisning beskrivs över tid i datamaterialet. Den analytiska uppmärksamheten riktas både mot produktionen av diskurser och spänningsfält mellan dessa och mot den verklighet som samtidigt konstrueras (Willing, 2013). Analysen har således inriktats, inte bara mot en beskrivning av texterna i datamaterialet, utan också den logik som uttrycks i texterna, det som är outtalat i texterna, iscensättningar och legitimeringar, med avsikt att få syn på den verklighet som konstrueras gällande undervisning och synen på eleven. En diskursanalys inspirerad av Foucault kan genomföras på olika sätt och inbegriper ofta olika steg (Willig, 2013). I denna studie har således analysen av materialet utgått från flera steg, även om processen också har präglats av cykliska förlopp och växelvisa förflyttningar mellan stegen.

I det första steget identifierades det diskursiva objektet, problem. Detta steg innebar också inläsning av texterna. Dessa lästes igenom flera gånger i syfte att lära känna texterna och, inte minst, det ålderdomliga språket i de äldre texterna. I nästa steg söktes efter formuleringar och beskrivningar som synliggjorde olika sätt att beskriva matematiska problem i matematikundervisning. I detta steg valdes också alla textavsnitt med någon form av beskrivning av problem och matematikundervisning ut vilket avgränsade materialet. Här lästes textavsnitten i syfte att få syn på regelbundenheter och motsättningar i diskussionen om problemlösning och matematikundervisning. Följande frågor guidade läsningen; Vad sägs i texterna om problemlösning? Hur skrivs relationen till matematikundervisning fram? Vilket är fokus för undervisningen som beskrivs? Vilken typ av matematikproblem beskrivs? Därefter sorterades och grupperades textavsnitten efter samstämmighet och motsättningar i regelbundenheterna. Analysen blev här mer närgången, ord som användes ofta noterades och textavsnitt valdes ut för att exemplifiera grupperingarna. Fortsättningsvis analyserades hur textavsnitten gav uttryck för olika diskurser inom och mellan samstämmigheterna och motsättningarna i regelbundenheten, hur de förhöll sig till varandra. Slutligen gjordes en avslutande analys av diskursiva sanningar och spänningsfälten mellan dessa och betydelsen för undervisningen och synen på eleven utifrån olika positioneringar.

Nedan presenteras en analys av diskursiva sanningar och spänningsfält mellan dessa som framträder i de texter som analyserats. Därefter presenteras de positioneringar av eleven som kommit fram i analysen. Till sist fokuserar analysen på hur positioneringar av eleven pekar på spänningsfältens betydelse för undervisning i matematik och dess påverkan på eleverna.

Spänningsfält mellan problemlösningens och matematikundervisningens varför och hur

I följande presenteras resultatet av analysen av diskursiva sanningar samt spänningsfält mellan dessa vilka framträder i datamaterialet, hur dessa iscensätts och legitimeras. Diskurserna framträder olika starkt under olika tider men spänningsfälten mellan dem gör sig ändå hela tiden gällande. Även om en diskurs är mindre framträdande under en period påverkar den ändå spänningsfältet. Med andra ord är det just spänningsfälten mellan diskurserna som utgör resultatet och inte i första hand hur framträdande eller inte diskurserna har varit under en specifik period. Nedan presenteras sammanvävningen av problemlösning och matematikundervisning samt spänningsfältet mellan diskursiva sanningar om problemlösningens och matematikundervisningens *varför* och *hur*. När det gäller *varför*, befinner sig problemlösning och matematikundervisning i spänningsfältet mellan diskursiva sanningar som beskriver skolmatematik för utveckling av matematisk kompetens eller förmågor i sig själv (*Matematik som ett värde i sig själv*), och skolmatematik för utveckling av kunskaper att tillämpa matematik i verkliga situationer (*Matematik som nytta*). När det gäller *hur* detta ska gå till, de matematiska aktiviteter som leder till lärande, diskuteras problemlösning och matematikundervisning i spänningsfältet mellan diskursiva sanningar som beskriver kreativa utforskande och öppna aktiviteter *(Kreativ aktivitet)*, och rutiner, regler och färdighetsträning (*Räkning/Rutiner*).

Varför problemlösning i matematikundervisning?

Varför elever ska lära sig matematik i skolan är nära besläktad med vilken matematik som lyfts fram och varför vi ska kunna matematik över huvud taget, vilket har diskuterats i matematikdidaktisk forskning under lång tid (t.ex. Ernest, 2005). I Sverige har exempelvis olika syn på matematikämnets karaktär präglat de olika styrdokumenten (Wyndhamn m.fl., 2000). Där matematikens pragmatiska karaktär har fokus på matematiken som nytta medan processinriktning fokuserar på elevers tänkande. Detta stämmer väl överens med distinktionen mellan *matematiken som ett värde i sig själv*, där det abstrakta rationella tänkandet ses som någonting större än människan och tillämpad matematik, att använda matematik som ett verktyg för att lösa problem, *matematik som nytta*. I följande avsnitt kommer diskursiva sanningar om *varför* elever ska lära sig matematik i skolan presenteras. De diskursiva sanningarna visualiseras (se Figur 1–2) genom några nedslag i tid. Bilderna är schematiska i den mening att de inte återspeglar de exakta proportionerna utan istället ungefärligt visar diskurserna samt de ord som kommer till utryck i texterna.

Matematik som ett värde i sig själv – Lära sig att lösa problem för att utveckla tänkande.

Matematik som tänkande, rationalitet och logik kommer fram i datamaterialet, exempelvis genom en diskussion från senare delen av 1800-talet. Elowson, docent i matematik vid Uppsala universitet, lektor vid läroverk, riksdagsman, och läroboksförfattare är en av de som argumenterar för att syftet med skolmatematik borde förskjutas från praktiskt handlande till tänkande.

> Undervisningen i aritmetik har så länge bedrifvits med nästan uteslutande afseende på den praktiska nyttan, att det nu kan vara på tiden att fästa hufvudsaklig vigt vid det förståndsodlande element, som aritmetiken i så hög grad eger. (Elowson, 1868, s. 41)

Elowson och andra som argumenterar för att målet är att träna tänkande, rationalitet och logik använder ord som *förståndsodling*, *tankens skolning*, *bildning* och *logik* för att beskriva detta.

I och med folkskolans införande 1842 hade inte bara högre samhällsklasser tillgång till undervisning. Vad som skulle läras var dock olika i läroverk och folkskolor, där läroverk var mer inriktade på tankeutvecklande och folkskolan på tillämpning av kunskaper. Syftet med undervisning i matematik beskrivs olika för läroverk och folkskolor vilket syns i följande exempel.

> I skolor [folkskolor], der undervisningen är afsedd för vissa speciela yrken, kan man tillåta sig att utan afseende på tankeförmågans utveckling inlära aritmetiska manipulationer. I sådana fall betraktar man naturligtvis yrkesskickligheten såsom vigtigare än den aritmetiska bildningen. (Elowson, 1868, s. 41)

Att matematiken har speciella egenskaper, som gör den lämplig för utvecklande av tänkandet, kommer tydligt fram i datamaterialet. Exempelvis i dåtidens styrdokument för skolan (Normalplaner för undervisning 1878, 1889 och 1900)[4] när ändamålet med undervisning i matematik är att ”ordna deras [elevernas] föreställningar” (1878, s. 10) och ”vinna klarare föreställningar” (s. 11). Trots att det skiljer nästan 60 år mellan Elowsons och Wigforss uttalanden nedan, syns samstämmighet i synen på skolmatematik. Orden de använder —*tankeutvecklande*, *tankeverksamhet*, *tankeliv*, *tanke*, *reda*, *klarhet*— är exempel på ord som förekommer i datamaterialet.

> De öfriga undervisningsämnena såsom historia och geografi äro icke lämpliga undervisningsmaterial för något tankeutvecklande ”hvarföre”. Men aritmetiken är inom folkskolan just ett lämpligt material för tankeverksamhet. (Elowsson, 1868, s. 43)

> Matematikundervisningens möjligheter att påverka elevernas tanke- och viljeliv måste anses betydande. Knappast något av skolans andra ämnen torde så bra kunna befordra tankens reda och klarhet. Det måste därför betraktas som en väsentlig uppgift för matematikundervisningen att verka bildande på eleverna i logiskt avseende. (Wigforss, 1925, s. 5)

Senare syns diskursen nästan inte alls. Vid den här tiden —och långt in på 1900-talet— var det vanligt att en lärare undervisade en stor mängd elever[5]. Läroböckerna hade viktig del i undervisningen och fylldes med ett stort antal övningsuppgifter. Att räkna tyst i boken blev ett sätt för läraren att skapa ordning och strukturera undervisningen. Kanske är detta en bidragande orsak till att matematikundervisning med syftet är att utveckla tänkandet, rationalitet och logik, i stort sett, inte längre syns i datamaterialet.

Diskursen syns, om än sparsamt, i texter från 1920–1950-talet. I ett exempel slår dock Wigforss och Roman fast att ”tankens skolning är en huvuduppgift för undervisningen i matematik” (1952, s. 5). De menar också att procedurlärande tar för mycket tid i anspråk som istället borde användas till problemlösning, vilket kan ses som att problemlösning är den ’verkliga’ matematiken och som en väg till ’tankens skolning’.

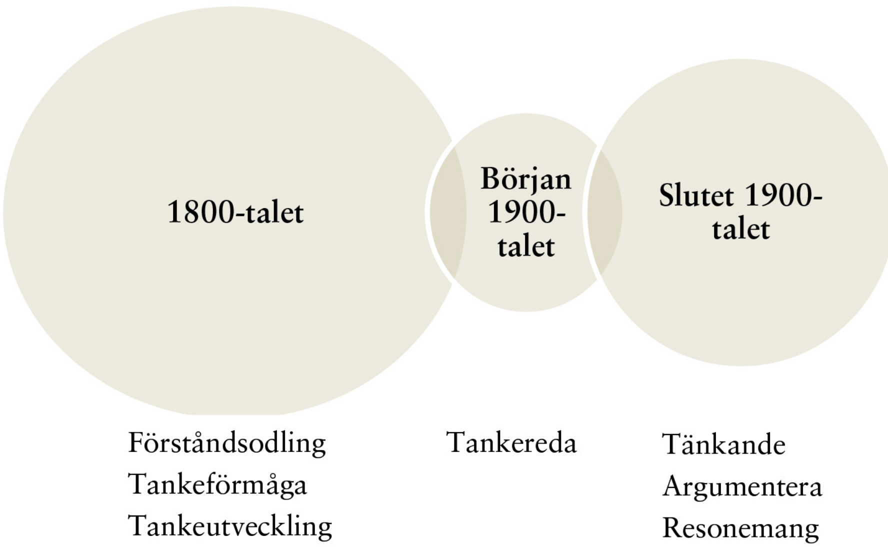
Dock får detta betraktas som undantag. Diskursen framträder sparsamt från mitten på 1900-talet till slutet på 1900-talet, som i kursplanen 1980 då elever i särskild kurs som förbereds för ”förståelse för senare matematiska sammanhang” (s. 22). I styrdokument från 1994

[4] Normalplanerna för undervisning 1878, 1889 och 1900 är i stort sett identiska gällande beskrivningen av matematikundervisning.

[5] Vilket berodde på att elevantalet ökade när folkskolans infördes 1842.

syns dock beskrivningar av utveckling av elevernas tänkande igen (se också Wyndhamn m.fl., 2000). Uttryck som ”tilltro till sitt tänkande” och ”argumentera för sitt tänkande” (Skolverket, 1998, s. 33)[6] är exempel på detta. Till skillnad från äldre skrivningar såsom tankeliv och tankeutvecklande, vilka mer tycks vara en enskild angelägenhet, är syftet här mer inriktat på att eleven ska kommunicera sitt tänkande med andra. Ord som *argumentation*, *resonemang* och *tänkande* används i styrdokumenten från 1994 i en annan utsträckning än texter från ca 1915-, där det istället är andra argument som kommer fram vilket diskuteras nedan.

Figur 1. Matematik som ett värde i sig själv – Några nedslag över tid.



Matematik som nytta – Lära sig att lösa problem för att det behövs i livet

Att matematiken ska vara till nytta framträder exempelvis i citatet nedan. Ord som används är ord som kopplas ihop med ’det verkliga livet’ —t.ex. *dagliga-*, *arbets-* och *praktiska livet* men också ord som *användbarhet* och *verktyg*. Wahlgren framför i en artikel, i *Pedagogiska tidskrift,* kritik mot att skolmatematiken innehåller för många räknegåtor istället för att sätta praktiska problem främst. Med detta menar han problem som har koppling till

[6] Läroplanen för det obligatoriska skolväsendet 1994 reviderades 1998.

vardagsliv eller yrkesliv där matematiken kan användas som ett verktyg för att lösa problemen.

> Jag vågar ej framställa den fordran, att hvarje dylikt opraktiskt problem skall uteslutas. Erfarna lärare påstå t.o.m. att det är dessa meningslösa räknegåtor, som intressera eleverna mest (?). Men att problemens öfvervägande flertal utgöras af dylika räknegåtor, det måste anses oriktigt. (Wahlgren, 1905, s. 71)

Jämfört med matematik som ett värde i sig själv där det finns olika ståndpunkter i datamaterialet, framträder matematik som nytta mer samstämmigt. Matematikproblemen i undervisningen bör utgå från realistiska kontexter där matematik kan användas som en uppsättning verktyg. Detta stämmer väl överens med internationella rörelser, t.ex. the ”Perry movement” under samma tid i Storbritannien där John Perry argumenterade för att elever i första hand skulle tillämpa matematik (Furinghetti, Matos & Menghini, 2013; Mock, 1963). Detta hängde i sin tur ihop med målen för utbildningen av underklassens och överklassens barn, där målet för underklassens barn var att göra dem till dugliga arbetare som kunde tillämpa matematik i olika praktiska situationer. Författarsignaturen A.F.W. i Svensk Läraretidning (1918), framför exempelvis kritik mot räkneundervisningen som ger kunskap ”mera för skolan än för livet” (s. 833). Syftet borde istället tydligare kopplas till dagliga livet och därmed till nytta för eleverna. Nästan 50 år senare, i studieplanerna från 1952 betonas också användbarhet i vardagslivet. Man hävdar till och med att

> en uppgift försvarar sin plats vid undervisningen, om den innehåller en beräkning, som sannolikt kommer att möta i livet efter skolans slut. (Wigforss, 1952, s. 11)

Björling, lektor i matematik vid läroverket och läroboksförfattare, menar att eftersom matematiken är till nytta för eleverna ”slår den an” hos eleverna, som då uppfattar problemen som engagerande och stimulerande. Detta betonas också drygt 80 år senare i studieplanerna från 1952 där man föreslår att undervisningen ska utgå från vardagliga situationer tex ”Leka affär”, ”Vi ska göra en utflykt” och ”Vad kostar julgranen?” (Wigforss & Roman, 1952, s. 23) och i studieplanerna från 1963 (Hultman, 1963), vilka strävar efter att knyta matematiken, och särskilt problemlösningen till det vardagliga livet. Kunskaper behövs för att möta de medborgerliga plikterna och ord som *praktisk*, *hemmet*, *arbetslivet* och *dagliga livet* används i stor utsträckning. Användande av matematik i vardagliga situationer nämns en mängd gånger och kopplas i stor grad till problemlösning både i styrdokumenten från 1980 (Skolöverstyrelsen, 1980) och 1963 där innehållet ”rensats på stoff som inte används i vardagslivet” (Hultman, 1963, s. 14). Särskilt viktigt är detta för elever i allmän kurs, vilket också kommer fram i Skolöverstyrelsens skrift *Basfärdigheter i matematik* från 1973.

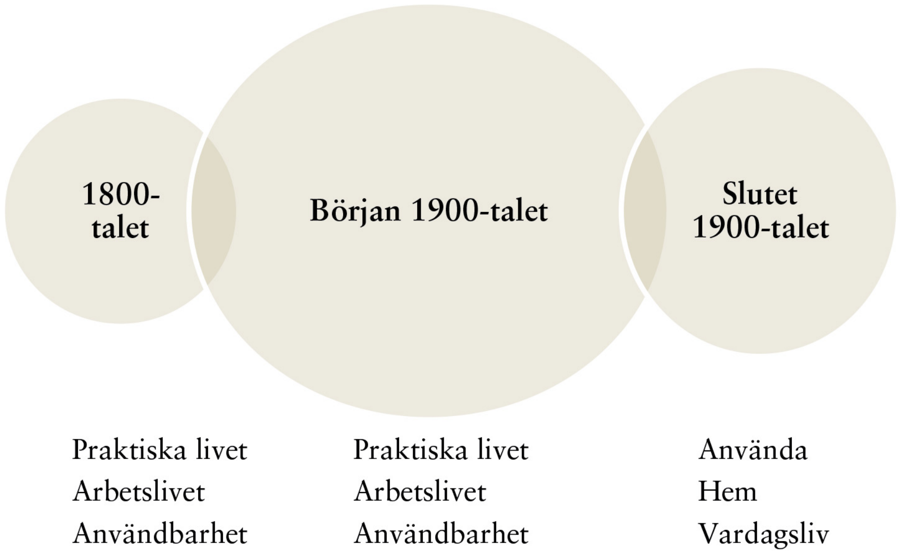
> De lågpresterande eleverna har stort behov av att arbeta praktiskt och konkret. Det bästa sättet för dem att lära sig tillämpad räkning […] och i synnerhet lösning av praktiska vardagsproblem är att öva praktiska uppgifter. (Skolöverstyrelsen, 1973, s. 80)

Det kan synas något förvånande att det i denna studie finns mycket få röster som talar för en annan typ av problem, som inte utgår från realistiska situationer där eleverna ska tillämpa matematikkunskaper. En av de något kritiska rösterna framförs av Wigforss (1925) som menar att det inte räcker att utgå från vardagliga problem.

> Vid valet av uppgifter har man naturligtvis att tänka på matematikundervisningens mål. Vore detta endast att sätta barnen i stånd att lösa sådana enkla räkneuppgifter, som kunna möta dem i det praktiska livet, skulle man ju ej behöva giva någon annan sorts uppgifter […] Men målet är ju ej blott att bibringa denna praktiska kunskap utan ock att giva åtskilliga andra värdefulla kunskaper och att i god riktning påverka barnens tanke- och viljeliv. (s. 10)

Det verkar med andra ord som om diskursiva sanningar om matematiken som nytta har framträtt relativt konstant, då man sedan 1800-talet har argumenterat för skolmatematiken som ett användbart verktyg i vardagens problem. Detta stämmer väl överens med studien av Wyndhamn m.fl. (2000), där tillämpningsaspekten betonades i styrdokumenten från 1962, 1969, 1980 och 1994. Även diskussionen om hur realistiska problemuppgifter ska vara, känns igen från diskussionen om problemlösning i nutid. Orden som relaterar till detta, exempelvis *vardag*, *arbetsliv* och *tillämpning*, är också relativt samstämmiga över tid. I detta sammanhang blir det också intressant att titta på vilka elever som ansetts behöva möta vardagsproblem. Som synes i citatet från Skolöverstyrelsen (1973) ovan skulle i synnerhet lågpresterande elever eller elever i allmän kurs möta vardagsproblem. Det kan antas att det då, liksom nu, fanns överrepresentation av elever från lägre socioekonomisk bakgrund bland lågpresterande, vilket stämmer skrämmande väl överens med 1800-talets tankar om folkskolans respektive läroverkets elever.

Figur 2. Matematik som nytta– Några nedslag över tid.



Hur problemlösning i matematikundervisning?

Frågan om *hur* matematikundervisning och problemlösning i matematikundervisning bör genomföras är relaterad till *varför* eftersom uppfattningar om vad som är viktig kunskap är aktuell också här. Men här är utgångspunkten hur lärande av denna kunskap ska gå till, med andra ord *hur* matematikundervisning ska utformas.

I matematikdidaktisk forskning finner man ofta beskrivningar där arbete med att lösa problem som en kreativ och öppen aktivitet står i ett motsatsförhållande till aktiviteter med fokus på rutiner, procedurer, regler och färdighetsträning. Där finns ett spänningsfält som dels handlar om synen på vilken kunskap som är viktigast[7] och dels om hur mycket undervisningstid som läggs på det ena eller andra. Ska matematikundervisning vara lärande av *rutiner, procedurer och regler* eller *kreativa, utforskande och öppna* aktiviteter?

De diskursiva sanningarna visualiseras (se Figur 3–4) genom några nedslag i tid. Bilderna är schematiska i den mening att de inte återspeglar de exakta proportionerna utan istället ungefärligt visar diskurserna samt de ord som kommer till utryck i texterna.

7 Jämför med diskussionen i relation till diskursiva sanningar om *Varför*.

Matematikundervisning – Kreativa, utforskande och öppna aktiviteter

I jämförelse med hur starkt diskursen *varför* matematikundervisning kommer fram är det relativt sparsamt med utförliga beskrivningar om *hur* denna ska genomföras, särskilt i de tidiga texterna. Detta blir tydligt eftersom frågan om vad som kännetecknar en kreativ, utforskande och öppen undervisning skilt sig åt över tid. Ofta beskrivs diskursen dock i motsats till annan undervisning, mer inriktad på procedurer och mekanisering, vilket presenteras nedan. Ett exempel på detta kan ses när Elowson (1868) kritiserar undervisning där eleverna tröttas med för många, inte tillräckligt utmanande och stimulerande, övningsuppgifter. Istället vill Elowson se undervisning som, med vår tids ord, skulle kunna beskrivas som kreativ och utforskande, där problem analyseras, i motsats till att enbart lösas.

> En i pedagogiskt hänseende riktig och för tids vinnande ändamålsenlig metod för problemlösning såväl inom aritmetiken som algebran synes mig vara att låta lärjungarne en i sender vid ”svarta taflan” under lärarens ledning analysera uppgifterna, under det att de andra höra på. (Elowson, 1868, s. 56)

Under senare delen av 1800-talet kommer kreativa, utforskande och öppna aktiviteter inriktade på elevernas tänkande och förståelse fram med ord och uttryck som *aktivt tänkande* och *analysera*. När 1900-talet börjar skrivs i stället en annan undervisning fram, vilket diskuteras nedan, och få röster från datamaterialet förespråkar någonting som kan ses som kreativt och utforskande.

Under 1920–1950-talet börjar begreppet problemlösning användas som ett sätt att undervisa ofta konstrasterat mot underfvisning inriktad på proceduerr och regler. Detta kan exempelvis ses i exempelt nedan där Wigforss och Roman (1952) i studieplanen för matematik menar att undervisningstid borde läggas på problemlösning istället för på procedurer. Liknande argumentation syns i följande citat: ”när man är inställd på problemlösning, så bör inte tiden för de enskilda exemplen alltför mycket tas i anspråk för mekanisk räkning” (Bergsten, 1939, s. 69). Problemlösning lyfts av Wigforss (1925) fram som det som undervisningen ska fokusera:

> Ett annat område, där man måste vara på sin vakt mot mekaniseringen, är problemlösningen. Om även denna mekaniseras, blir det inte mycket utrymme för den tankeövning som borde vara huvuduppgift. (s. 7)

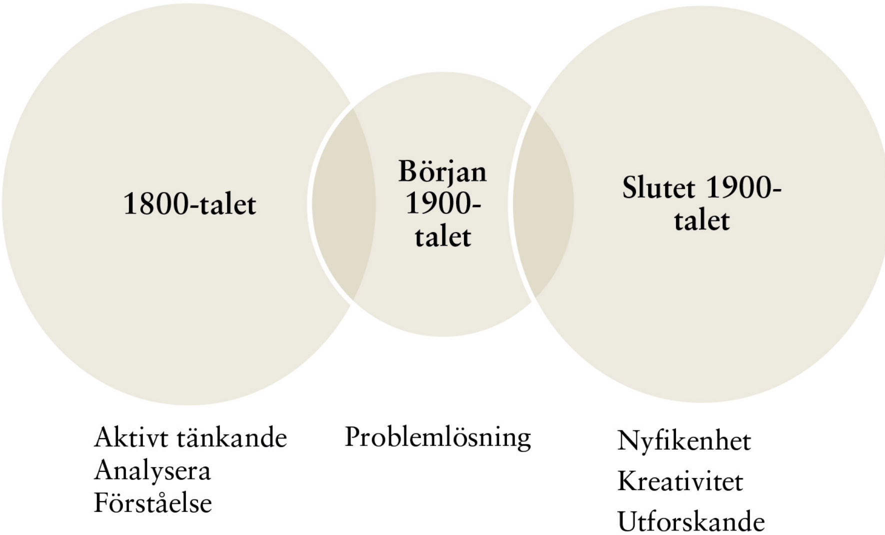
I styrdokumenten för matematik 1962 (Skolöverstyrelsen, 1962) förekommer ordet problemlösning för första gången i styrdokument. Detta består i styrdokumenten från 1980 (Skolöverstyrelsen, 1980) där, som vi har sett ovan, matematik som nytta kommer fram tydligt. Likaså betonas i båda styrdokumenten att undervisningen ska utgå från vardagslivet och elevernas erfarenheter och intressen. Skillnaden ligger i att styrdokument från 1962 betonar undervisning där eleverna löser problem genom att tillämpa matematik medan styrdokument från 1980 beskriver problemlösning med fokus på att lösa problem men också att analysera och dra slutsatser av resultatet; någonting som kan ha anats i tidigare styrdokument men som här för första gången skrivs ut explicit. Matematikundervisningen beskrivs också på ett delvis nytt sätt där den

> måste omfatta övningar i att diskutera och ta ställning till såväl problemets natur som lösningens rimlighet och får inte bli ett ensidigt övande av i förväg givna beräkningar. Att tala matematik är ett viktigt led i undervisningen. (Skolöverstyrelsen, 1980, s. 100)

Nu används ord som *nyfikenhet*, *fantasi* och *glädje*, exempelvis i följande citat: ”Matematikundervisningen skall ta tillvara elevernas nyfikenhet och fantasi samt utveckla deras logiska tänkande” (Skolöverstyrelsen, 1980, s. 99). Detta sätt att beskriva matematikundervisning förstärks ytterligare i styrdokument från 1994 där eleverna ska få möjlighet att uppleva matematik som ”en levande mänsklig konstruktion och en kreativ och undersökande aktivitet som omfattar skapande, utforskande verksamhet och intuition” (Skolverket, 1998, s. 34). Här används dock inte längre ord som glädje och fantasi. Istället används andra ord, som *förståelse*, *insikt*, *tilltro till sitt tänkande* och *kritiskt granska*.

Sammanfattningsvis kan sägas att diskursiva sanningar om *kreativa, utforskande och öppna* aktiviteter, med undantag av tidigt 1900-tal, kommer fram relativt konstant över tid, men vad som kännetecknar aktiviteterna har sett olika ut. Aktiviteter med fokus på tankearbete syns i de tidigare texterna men i stort sett inte alls under början på 1900-talet, för att sedan återkomma i texter från mitten av 1900-talet. Från och med då ihopkopplat med *problemlösning*. Under senare delen av 1900-talet används ord som *nyfikenhet*, *kreativitet*, *fantasi*, *undersökande* och *utforskande* för att beskriva matematikundervisning, något som delvis har kunnat anas under andra halvan av 1800-talet men nu skrivs explicit.

Figur 3. Kreativitet, utforskande och öppenhet– Några nedslag över tid.



Matematikundervisning – Rutiner, procedurer, regler och färdighetsträning

Färdighetsträning är kanske det ord som oftast används idag när det handlar om att befästa matematikens rutiner, procedurer och färdighetsträning. I de tidiga texterna används dock mekanisk räkning. Färdighetsträning har varit en central del av matematikundervisningen under hela den undersökta perioden. Dock kan två olika aspekter skönjas: vad innehållet ska vara och hur detta ska gå till. Hur matematikundervisning ska bedrivas är huvudsakligt fokus här. Ord som använts, förutom *färdighetsträning* och *mekanisk räkning*, är exempelvis *rutinövningar*, *procedurer* eller *regelstyrd undervisning*. Jonsson (1919) använder ordet *drill* i avhandlingen *Problemräkningens förutsättningar och förlopp*[8] då han konstaterar att;

> »Drill» har befunnits vara utomordentligt värdefull för utvecklandet av färdighet på området. Korta »drill»-perioder äro ändamålsenligare än längre med samma totalsumma tid. Den permanenta effekten av »drillen» har visat sig vara större, än man förmodat. (s. 13)

Vad som ska läras, exempelvis procedurer kommer fram tydligt vilket ses i följande citat, där Otterström ger ett inlägg i debatten mellan

[8] Den första avhandlingen i Sverige om matematikundervisning. Se också Christiansen och Skog (2022).

tankeutveckling och räknande. Att det visserligen är lovvärt med tankeutveckling, men i praktiken allt för svårt eller kanske omöjligt, verkar vara andemeningen i det Otterström vill säga.

> Att så enkelt och utan all »konst», så snabbt, så säkert och varaktigt leda barnens förståndsutveckling till förmågan af aritmetikens praktiska användning, [...], förmår ej en snällaste räknekonstnär. (Otterström, 1880, s. 4)

Av vikt för att diskursen kommer fram så tydligt under slutet av 1800- och början av 1900-talet är att en lärare undervisade en stor mängd elever. Undervisningen försköts mot färdighetsträning där eleverna räknade tyst i boken, som ett sätt att skapa ordning. I undervisningsplanen för folkskolorna från 1919 finns ett kapitel om tysta övningar och matematikens lämplighet för detta framhålls.

Under senare delen av 1900-talet börjar procedurer, rutiner och färdighetsträning ställas i motsats till problemlösning. I kommentarmaterialet till styrdokument från 1980 kan exempelvis skönjas att elever kan arbeta med problemlösning efter färdighetsträning.

> De elever som redan har de nödvändiga kunskaperna i grundläggande aritmetik kan använda tiden till ytterligare träning av huvud- och överslagsräkning samt till att träna problemlösning. (Skolöverstyrelsen, 1982, s. 9)

I de tidigare texterna används uttryck som *drill* och *mekanisk räkning* men under senare delen av 1900-talet försvinner dessa uttryck från datamaterialet. I styrdokumenten från 1969 (Skolöverstyrelsen, 1969) förekommer mekanisk räkning enbart i samband med en diskussion om allt för svåra uppgifter som inte anpassas till elevernas förutsättningar vilka endast kan ge mekanisk färdighet och dessutom leda till ängslighet och olustkänslor. I Skolöverstyrelsens skrift *Basfärdigheter i matematik* (1973) används mekanisk räkning för att beskriva ett oönskat arbetssätt. Istället förordas en ny metodik:

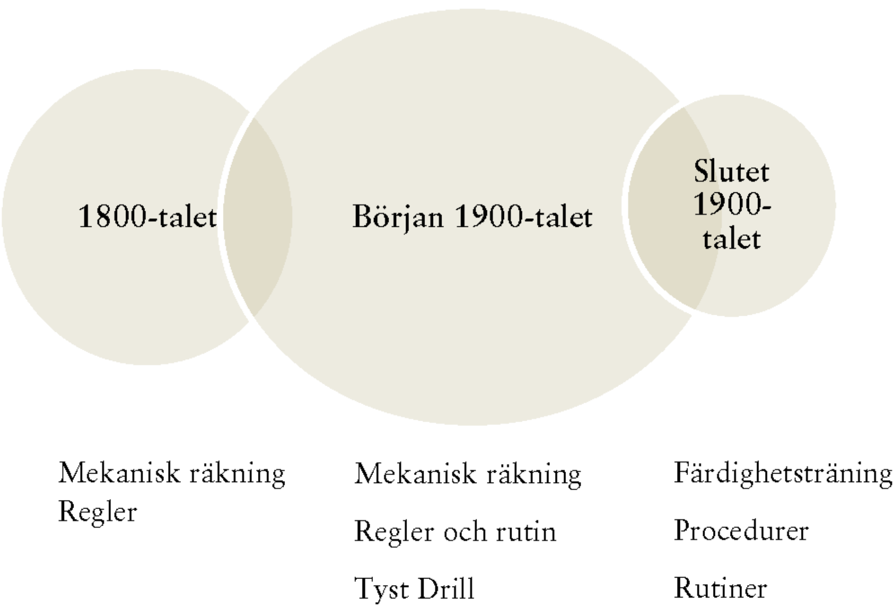
> Om man accepterar tanken att en inlärning grundad på förståelse ger större behållning än en mekanisk inlärning, har man accepterat att matematikundervisningen bör syfta till förståelse av begrepp och operationer. För att skapa förståelse behövs en annan metodik i undervisningen än vi hade tidigare. (s. 4)

I styrdokumenten från 1980 nämns rutiner, procedurer och regler sällan och i 1994 i stort sett aldrig. När det förekommer är det för att exemplifiera undervisning som inte förespråkas. I citatet nedan beskrivs delar av de förändringar som gjordes 1994 jämfört med tidigare styrdokument:

- Från regelstyrda räknefärdigheter och regelstyrd problemlösning till utveckling av elevers tänkande och resonerande i matematik, för att upptäcka, utforska och befästa i meningsfulla sammanhang.
- Från matematik som formellt, kontrollerande verktyg till matematik för reflektion, kommunikation och problemlösning i ett demokratiskt samhälle. (Skolverket, 1997, s. 41)

Sammanfattningsvis kan sägas att både kreativa aktiviteter och rutiner och procedurer har beskrivits i förhållande —oftast i motsats— till varandra. Olika ord och uttryck har använts för att beskriva elevers färdighetsträning där mekanisk räkning användes flitigast fram till mitten på 1900-talet. Idag kan detta uttryck vara närmast omöjligt att använda då det är laddat med, företrädesvis, negativ betydelse. Så var dock inte fallet innan mitten på 1900-talet då mekanisk räkning t.o.m. finns med som innehåll i gällande styrdokument.

Figur 4. Rutiner, procedurer och räkning– Några nedslag över tid.



Spänningsfältet i förändring

Att diskurserna och spänningsfälten mellan dem har förändrats över tid illustreras i figurerna 1–4. Exempelvis betonas under slutet av 1800-talet matematik som ett värde i sig själv. Målet för matematikundervisning, är att träna och utveckla tänkande och rationalitet. Matematiken i sig själv har speciella egenskaper som gör den särskilt lämplig för detta. När detta kopplas samman med matematikundervisningens hur, syns också fokus på elevers tankearbete. Kreativa aktiviteter som fokuserar aktivt tänkande, förståelse och analyserande betonas. Samtidigt kommer matematik som nytta också fram i datamaterialet, där man sedan 1800-talet har argumenterat för skolmatematiken som ett användbart verktyg i vardagsproblem

Folkskolans införande 1842 innebar att inte bara högre samhällsklasser hade tillgång till undervisning. Vad som skulle läras skiljde sig dock åt i läroverk och folkskolor. Målet för underklassens barn i folkskolorna var att fostra dem till duktiga arbetare som kunde tillämpa matematik i olika praktiska problem. Målet för de högre klassernas barn i läroverken, däremot, var förberedelse för högre studier. Målet med matematikundervisning och därmed styrningen, eller skapandet av medborgare, ser därmed olika ut för olika klasser. Läroverkets elever ska genom matematiken få tillgång till matematikens gudomliga sanningar, medan folkskolans elever fostras till duktiga arbetare. I samband med detta påverkas både matematikundervisningens varför och hur då matematiken som ett värde i sig själv kommer fram ytterst sparsamt och istället framträder matematik som nytta. Matematiken ska vara till nytta för eleverna och matematiken ska kunna tillämpas på problem i vardagslivet. När detta kopplas samman med matematikundervisningens *hur* har samtidigt beskrivningar av undervisning som kreativa, utforskande och öppna aktiviteter försvunnit då fokus, ännu mer än innan, inriktas på rutiner, processer, regler och färdighetsträning. Skolans organisation, där en ensam lärare undervisade en stor mängd elever, kan ha bidragit till detta förändrade fokus.

I slutet på 1900-talet kommer diskursen matematiken som ett värde i sig själv fram något igen. Nu kopplas detta ihop med problemlösning som undervisningsmetod för att utveckla tänkande och rationallitet. Samtidigt betonas matematikens användbarhet och nytta, där särskilt problemlösningens innehåll ska kopplas till det vardagliga livet. När detta kopplas samman med matematikundervisningens hur är det framförallt diskursen kreativa, utforskande och öppna aktiviteter som träder fram. Nu kopplas också begreppet problemlösning ihop med detta och skrivs fram som den verkliga matematiken. Rutiner, procedurer och regler däremot ses ofta som knutet till traditionell matematikundervisning, medan kreativitet och öppenhet kopplas till progressiv undervisning där kreativitet, utforskande, argumentation och rationellt tänkande står i fokus. Analysen av de aktuella texterna stämmer överens med Wyndhamn m.fl. (2000) analys där de ser att problemlösning har en viktig del i ett skiftande fokus i styrdokument mellan matematikens pragmatiska karaktär, matematiken som nytta, och fokus på processinriktning och elevers tänkande gällande matematikundervisningens varför. Dock har den aktuella analysen visat att andra aspekter gällande matematikundervisningens också har en betydande roll, såsom fokus på procedurer och/eller kreativa aktiviteter. I det följande kommer vi också att se att resultatet av denna studie även har betydelse för hur bilden av matematikeleven konstrueras.

Positioneringar av den problemlösande eleven

För att placera diskussionen i ett bredare sammanhang kommer frågan om hur eleven positioneras i de olika diskurserna att behandlas här. Jag menar att det, i de texter som undersökts, går att se diskursiva sanningar, som säger någonting om den praktik de beskriver. Sammanvävningen mellan matematikundervisning och problemlösning befinner sig i ett spänningsfält av diskursiva sanningar, vilket synliggör betydelsegivande och maktproducerande mönster exempelvis om vilka elever som ska få tillgång till rationalitet eller tillämpning. Detta hjälper oss att se både det självklara och förgivettagna, men även det vi kanske inte uppmärksammar omedelbart. Det synliggör också problemlösningens styrande roll i matematikundervisning både när det gäller vad matematik är och hur och vad en elev bör lära sig. Effekterna som de diskursiva sanningarna och spänningsfälten mellan dem har på undervisning och på bilden av eleven presenteras nedan i form av hur dessa diskurser positionerar eleven. Eleverna i matematikundervisning positioneras där en bild av (önskvärda) kunskaper, färdigheter, egenskaper och kompetenser kommer fram.

Problemlösning för den tänkande, bildade och förädlade eleven

Den elev som konstrueras genom diskursiva sanningar om matematikundervisningens varför och hur är en *tänkande, bildad och förädlad elev*. En tänkande elev är någon som antingen kan tänka fritt eller fostras till ett visst sorts tänkande, ett rationellt tänkande där logik, argument och kommunikation är viktiga komponenter. När detta kommer fram i de äldre texterna i datamaterialet är det genom ord och uttryck som *bilda och förädla*, *tankens reda klarhet*, och *tanke- och viljeliv*. En positionering av eleven som tänkande, bildad och förädlad medan i de senare texterna istället *kritisk granskning* och *förmåga att fatta välgrundade beslut* kommer fram. Gemensamt är dock att eleven som tänker logiskt, är rationell, kan redogöra för sina tankegångar och fatta välgrundade beslut, blir synlig. I stor utsträckning är detta relaterat till samhällsklass, där den tänkande, bildade och förädlade eleven är från övre samhällsskiktet. I de äldre texterna är det kopplat till realskola respektive folkskola, i de senare texterna till hög- respektive lågpresterande elever eller allmän och särskild kurs. Tänkande och bildning är således någonting som mer passar för realskola, högpresterande elever i särskild kurs.

Problemlösningens syfte är att förbereda elever för högre studier, men också att fostra rationella, analytiska, logiska och problemlösande medborgare. Problemen utformas för att vara utmanande, inte av rutinkaraktär och möjliggöra reflektion och argumentation. Problemen behöver inte vara kopplade till vardagliga situationer, istället är abstraktion och generaliseringar i fokus. Det är viktigare att arbeta grundligt så att tänkande, analys och reflektion står fram än att lösa många problem med snabbhet. Problemlösning ska träna elevernas logiska tänkande och rationalitet, men också deras förmåga att argumentera, kommunicera och kritiskt granska varför problemen bör vara utformade så att detta möjliggörs. Exempelvis genom att ge utrymme för att argumentera för lösningars giltighet eller jämföra resultat och tillvägagångssätt. Således är inte bara problemens utformning viktig utan också hur eleven får möjlighet att kommunicera, resonera och argumentera med andra.

Problemlösning för den praktiskt handlande eleven

Delvis i motsats till bilden av den tänkande, bildade och förädlade eleven konstrueras den *praktiskt handlande eleven*. Detta kommer fram i datamaterialet genom ord och uttryck som *använda matematik i vardagliga och yrkesmässiga sammanhang*, *tillämpa* och *matematik som verktyg* där eleven som duglig samhällsmedborgare och arbetare träder fram. Brukbara kunskaper i matematik och därmed förmåga att lösa matematiska problem både i vardagslivet och yrkeslivet så att skyldigheterna som samhällsmedborgare fullgörs är av vikt. En förutsättning för att fungera i samhället är att kunna lösa problem för att kunna planera sitt liv och välja ett arbete. Sparsamhet är kopplat till detta, exempelvis att hushålla med hushållskassan eller upptäcka dåliga villkor för sms-lån samt att kunna lösa problem snabbt och säkert med huvudräkning eller tekniska hjälpmedel. En förutsättning är automatiserad kunskap samt uthållighet och självkontroll. När en viss färdighet i beräkningar är uppnådd kan eleven eventuellt få 'gå vidare' till mer utmanande problem. Liksom ovan, är denna positionering i stor utsträckning kopplat till samhällsklass, men här är det folkskolans, de lågpresterande eleverna eller elever i allmän kurs som avses.

Problemlösningens syfte är att förbereda elever för det vardagliga livet och yrkeslivet. Om eleven får möta realistiska och vardagliga problem kommer detta att ge mening åt matematiska kunskaper. Problemlösning ger därmed mening åt matematiken. Problemen ska vara utformade så att de knyter an till vardagliga erfarenheter, både sådana som eleven känner igen och som eleven kan komma att möta senare i livet. Problemlösning kan användas för att öva upp snabbhet och säkerhet i automatiserade kunskaper där eleven ska lösa ett stort antal problem, eller som ett sätt att tillämpa automatiserade kunskaper. I båda dessa fall är det av vikt att problemen inte är alltför svåra för att eleven ska hinna arbeta med så många problem som möjligt utan att tröttna och ge upp. Lösningar på problemen presenteras i första hand skriftligt där klara och rediga presentationer framhålls.

Problemlösning för den delaktiga, intresserade och glada eleven

Eleven som *delaktig*, *intresserad* och *glad* konstrueras också i materialet. Problemlösning som den viktigaste och roligaste delen av matematiken framhålls här. Genom att lösa problem på ett engagerat och kreativt sätt kommer eleven att få syn på att matematik kan vara någonting glädje- och lustfyllt och samtidigt ge nyttig kunskap. *Utforskande*, *nyfikenhet*, *fantasi*, *glädje*, *engagemang* och *intresse* är exempel på ord och uttryck i datamaterialet där bilden av eleven som aktiv, engagerad och intresserad kommer fram. Eleven tar egna initiativ, upptäcker, på egen hand eller tillsammans med andra, kunskap och kommunicerar egna tankar, idéer och erfarenheter. Eleven är dessutom glad, lustfylld och positiv, visar nyfikenhet och kreativitet och stimuleras av att lära sig nya saker.

Problemlösning kan både förändra elevens syn på vad matematik är och ge möjlighet att utveckla skapande och kreativitet så väl som matematikkunskaper. Om eleven möter intressanta, engagerande och utforskande problem följer upplevelser av glädje, nyfikenhet, intresse och engagemang. Problemen ger eleven möjlighet att upptäcka, utforska och befästa matematikkunskaper i meningsfulla sammanhang. De bör vara av öppen karaktär där flera lösningar och lösningssätt är möjliga. Viktigt är att problemen är utformade så att de är intressanta, engagerande och stimulerande och ger möjlighet för elevens egna tankar, idéer och erfarenheter att stå i fokus. Det är också av vikt att problemen är lagom utmanande så att eleverna kan uppleva att de lyckas. Problemlösning bör här ge elever möjlighet att pröva hypoteser i ett öppet och positivt klimat där respekt och stöd för idéer visas.

Problemlösningens sanningar och den önskvärda eleven

Det här kapitlet har tagit fasta på sammanvävningen mellan matematikundervisning och problemlösning och de regelbundenheter och motsättningar i diskursiva sanningar och spänningsfält mellan dessa. Det övergripande syftet var att synliggöra och undersöka hur denna sammanvävning iscensätts och legitimeras i vår tid genom att se bakåt i tid. Genom att undersöka diskursiva sanningar i sammanvävningen mellan matematikundervisning och problemlösning synliggörs vad som är möjligt att säga i olika sammanhang och i olika tider.

Sammanfattningsvis kan sägas att spänningsfältet mellan diskursiva sanningar om *varför*, och *hur* hela tiden har gjort sig gällande. Detta syns dels genom att när en diskursiv sanning träder fram mer tydligt så minskar en annan (se Figurerna 1–4 ovan), och dels genom att diskurserna ofta beskrivs i förhållande ellermotsättning till varandra. Det senare kan exemplifieras med Vinells (1901) kritik mot reformsträvandet, där kunskap i räkning ställs mot förståndsodling och Matematikdelegationens (SOU, 2004:97) betänkande där tyst räkning ställs mot problemlösning:

> Vid sitt reformsträfvande har man emellertid låtit kunskapen i räkning stå tillbaka för »förståndsodlingen», men den färdighet som möjligen vinnes i lösning af problem och gåtor, är emellertid näppeligen något annat än en drifhusplanta af tämligen imaginärt värde. (Vinell, 1901, s. 5)

> Lärare säger sig ha svårt att förändra undervisningen från enskild ”tyst räkning” till undersökande laborativa arbetssätt och problemlösning. (Matematikdelegationens, 2004, s. 130)

Också idag kontrasteras traditionell undervisning där rutiner, procedurer och färdighetsträningstår i fokus med problemlösande arbetssätt eller reformorienterad undervisning (t.ex. Boaler, 2002; NCTM, 2003; OECD, 2015). Problemlösning lyfts allt som oftast fram när förändrad (och förbättrad) matematikundervisningen diskuteras och har under de senaste 40 åren haft en central roll i denna förändring (t.ex. i NCTM, 2003; Matematikdelegationen, 2004; OECD, 2015). Startpunkten hänvisas ofta till 80-talet och NCTM:s rekommendationer för skolmatematiken (NCTM, 2003). Problemlösning beskrivs som lösningen på matematikundervisningens problem och som vi kan se av resultatet i denna studie är detta inte bara någonting som görs i nutid utan har en lång historia. Diskurserna gällande hur där kreativa aktiviteter och rutiner och procedurer har beskrivits i förhållande, oftast i motsats till, varandra framträder i olika utsträckning och med lite olika fokus under hela den undersökta tidsperioden. Föreställningen att matematikundervisning och diskussionen om denna hela tiden utvecklas och ständigt förbättras går således att ifrågasätta. Genom att se hur diskussionen har böljat fram och tillbaka under tid kan vi dra lärdomar om diskussionen i vår samtid.

Diskursiva sanningar, och spänningsfälten mellan dem, har effekter på undervisning men också på bilden av den önskvärda eleven, här presenterats som olika positioneringar av eleven. Positioneringarna innebär att vissa kunskaper, färdigheter, egenskaper och kompetenser ses som mer önskvärda än andra och därmed lyfts fram. Sammanfattningsvis kan sägas att bilden av elever som tänkande, bildade och förädlade lyfts fram där problemlösning ska träna elevernas logiska tänkande och rationalitet, men också deras förmåga att argumentera, kommunicera och till kritiskt granskande. Delvis i motsats till denna bild konstrueras den praktiskt handlande eleven. Här ska problemlösning förbereda elever för vardags- och yrkeslivet genom att eleven får lösa realistiska, vardagliga problem. Problemlösning som den viktigaste och roligaste delen av matematiken och eleven som intresserad, glad, positiv, nyfiken, kreativitet och stimulerad av att lära sig nya saker konstrueras också i materialet.

Det går att invända att det finns andra regelbundenheter och motsättningar i materialet, som inte det här kapitlet har undersökt. Syftet har inte heller varit att ge 'den sanna' bilden av hur matematikundervisning och problemlösning har framställts. Istället kan detta bidrag förstås som en (eller möjligtvis flera) diskursiva sanningar om matematikundervisning med några exempel på skiftningar och mönster i vad som varit möjligt att säga över tid, samt vad detta ger för effekter i undervisning och i vår bild av eleven i matematikundervisningen. Något annat att reflektera över är svårigheten att använda sig av dikotomier, exempelvis matematiken som ett värde i sig själv, och matematik som nytta eftersom dessa i själva verket innebär förenklingar och överlappningar som är oundvikliga.

Tack

Denna text hade inte kunnat skrivas utan ett inspirerande och utmanande samarbete med Paola Valero. Tack Paola för detta. Ett stort tack också till Kicki Skog för dina noggranna genomläsningar och hjälp med att 'vrida till' resonemangen.

Referenser

Bacchi, C. (2000). Policy as discourse: What does it mean? Where does it get us? *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education, 21*(1), 45–57. https://doi.org/10.1080/01596300050005493

Ball, S.J. (2017). *Foucault as Educator*. Springer.

Barad, K. (2010). Quantum entanglements and hauntological relations of inheritance: dis/continuities, spacetime enfoldings, and justice-to-come. *Derrida Today, 3*(2), 240–268. https://doi.org/10.3366/E1754850010000813

Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student Learning*. Lawrence Erlbaum.

Christiansen, I.M. & Skog, K. (2022). Ett tvärsnitt av svensk matematikdidaktisk forskning. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 15–42). Stockholm University Press. https://doi.org/10.16993/bcc.c

Davies, B. & Harré, R. (1990). Positioning: the discursive production of selves. *Journal for the Theory of Social Behaviour, 20*(1), 43–63. https://doi.org/10.1111/j.1468-5914.1990.tb00174.x

Dahlberg, G., Moss, P., & Pence, A. (2014). *Från kvalitet till meningsskapande: Postmoderna perspektiv – exemplet förskolan*. Liber.

Ernest, P. (2005). Why teach mathematics? *Mathematics in School, 34*(1), 28–29. http://webdoc.sub.gwdg.de/edoc/e/pome/why.htm

Foucault, M. (2002). *Vetandets arkeologi*. Arkiv förlag.

Foucault, M. (2003). *Övervakning och straff: Fängelsets födelse*. Arkiv förlag.

Furinghetti, F. & Karp, A. (2017). The Hamburg score (In Lieu of an Introduction). I F. Furinghetti & A. Karp (Red.), *Researching the history of mathematics education* (s. ix–xv). Springer.

Furinghetti, F., Matos, J.M., & Menghini, M. (2013). From mathematics and education, to mathematics education. I M.A. Clements, A.J. Bishop, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F.K.S. Leung (Red.), *Third international* *handbook of mathematics education* (s. 273–302). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_9

Holmberg, L. (2018). *Konsten att producera lärande demokrater* [Doktorsavhandling, Stockholms universitet]. http://su.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A1177691

Keller, E.F. & Grontkowski, C.R. (2003). The mind's eye. I S. Harding & M.B. Hintikka (Red.), *Discovering reality: Feminist perspectives on epistemology, metaphysics, methodology, and philosophy of science* (s. 207–224). Kluwer Academic Publishers. https://doi.org/10.1007/978-94-010-0101-4_12

Kilpatrick, J. (1969). Problem solving in mathematics. *Review of Educational Research, 39*(4), 523–534. https://doi.org/10.2307/1169713

Mock, G.D. (1963). The Perry Movement. *The Mathematics Teacher, 56*(3), 130–133.

Normalplan för undervisningen i folkskolor och småskolor. (1878). Norstedt & söner.

Norén, E. & Valero, P. (2022). Att bilda goda, matematiska medborgare i Sverige. I P. Valero, L.B. Boistrup, I.M. Christiansen, & E. Norén (Red.), *Matematikundervisningens sociopolitiska utmaningar* (s. 157–180). Stockholm University Press. https://doi.org/10.16993/bcc.h

Popkewitz, T.S. (2004). The alchemy of the mathematics curriculum: Inscriptions and the fabrication of the child. *American Educational Research Journal, 41*(1), 3–34. https://doi.org/10.3102/00028312041001003

Popkewitz, T.S. (2018). What is 'really' taught as the content of school subjects? Teaching school subjects as an alchemy. *High School Journal, 101*(2), 77–89. https://www.jstor.org/stable/90024231

Prytz, J. (2017). Governance of Swedish school mathematics — where and how did it happen? A study of different modes of governance in Swedish school mathematics, 1910–1980. *Espacio, Tiempo y Educación, 4*(2), 43–72. https://doi.org/10.14516/ete.180

Schoenfeld, A.H. (2013). Reflections on problem solving theory and practice. *The Mathematics Enthusiast, 10*(1), 8–33.

Skovsmose. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational Studies in Mathematics, 27*(1), 35–57. https://www.jstor.org/stable/3482665

SOU. (2004:97). *Att lyfta matematiken—Intresse, lärande, kompetens*. Fritzes offentliga publikationer.

Stanic, G.M.A. & Kilpatrick, J. (1988). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. I R.I. Charles & E.A. Silver (Red.), *The teaching and assessing of mathematical problem solving* (s. 1–22). National Council of Teachers of Mathematics.

Stein, M.K., Boaler, J., & Silver, E.A. (2003). Teaching mathematics through problem solving: Research perspectives. I H.L. Schoen & R.I. Charles (Red.), *Teaching mathematics through problem solving Grades 6–12* (s. 245–256). National Council of Teachers of Mathematics.

Valero, P. (2018). Human capitals: School mathematics and the making of the homus oeconomicus. *Journal of Urban Mathematics Education, 11*(1–2), 103–117. https://eric.ed.gov/?id=EJ1199795

Valero, P. & Knijnik, G. (2015). Governing the modern, neoliberal child through ICT research in mathematics education. *For the Learning of Mathematics, 35*(2), 34–39. https://www.jstor.org/stable/44382757

Willig, C. (2013). *Introducing qualitative research in psychology*. McGraw-Hill Education.

Wyndhamn, J., Riesbeck, E., & Schoultz, J. (2000). *Problemlösning som metafor och praktik: Studier av styrdokument och klassrumsverksamhet i matematik- och teknikundervisningen*. Linköpings universitet. http://liu.diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2%3A259669

Bilaga

Tabell 1. Översikt över texter i tidskrifter.

Årtal	Författare	Titel	Typ av text
1867	Björling, E.G.	Ännu några ord om E.G. Björlings problemsamling	Artikeln i *Pedagogisk tidskrift*
1868	Elowson, G.	Om den aritmetiska undervisningsmetoden. 1 Diskussion om undervisningen i aritmetik.	Artikel i *Tidskrift för matematik och fysik*
1905	Wahlgren, A.	Om kurserna i matematik på latingymnasiet	Artikel i *Pedagogiska tidskrift*
1918	A.F.W.	Huvudräkning för folkskolan av N. Ad. Berge. Sammandrag och bearbetning av författarens ”Genvägar vid huvudräkning”	Artikel i *Svensk Läraretidning*
1921	Nylin, J.G.	Om räknefel hos nybörjare i algebra	Artikel i *Svenskt arkiv för pedagogik*
1952	Wigforss, F.	Räkneundervisningen i enhetsskolans första klass.	Artikel i *Svensk skoltidning*
1953	Lindblom, V.	Multiplikation utan ’minne’	Artikel i *Folkskollärarnas tidning*
1956	Wahlström, B.	Några terminologiska och räknemetodiska reflektioner	Artikel i *Tidskrift för skolmatematik*

Tabell 2. Översikt över böcker.

Årtal	Författare	Titel	Typ av text
1880	Otterström, J.	Lärobok i aritmetik	Lärobok
1886	Meyer, A.	Fullständig lärokurs i aritmetik och algebra	Lärobok
1901	Vinell, K.	Lärobok i räkning	Lärobok
1905	Göransson, E., Hahr, O, & Lindquist, J.M.	Bidrag till kännedom om undervisningen i Sverige under 1800-talet (i Redogörelse för Stockholms samgymnasium)	Bok

(Forts.)

Tabell 2. *(Forts.)*

Årtal	Författare	Titel	Typ av text
1919	Jonsson, K.G.	Undersökningar rörande problemräkningens förutsättningar och förlopp.	Avhandling
1925	Wigforss, F.	Den grundläggande matematikundervisningen. Översikt av folkskolans kurs i räkning och geometri ur metodisk synpunkt	Lärobok
1939	Bergsten, A.	Folkskolans räkneundervisning. Kurser och arbetssätt.	Bok – Utgiven av Sveriges allmänna folkskollärarförenings litteratursällskap
1954	Funke, A. & Ademar, G.	Tallinjen i den elementära räkneundervisningen	Bok
1968	Carleson, L.	Matematik för vår tid	Bok

Tabell 3. Översikt över handledningar utgivna av staten.

Årtal	Författare	Titel	Typ av text
1952	Wigforss, F. & Roman, A.M.	Studieplan i matematik för första, andra och tredje skolåren vid pedagogisk försöksverksamhet	Studieplan i matematik
1952	Wigforss, F. & Nilsson H.	Studieplan i matematik för sjunde och åttonde skolåren vid pedagogisk försöksverksamhet	Studieplan i matematik
1963	Hultman, C.	Studieplan med metodiska anvisningar för matematikundervisningen i årskurserna 3–6 i grundskolan	Studieplan i matematik
1973	Skolöverstyrelsen	Basfärdigheter i matematik	Skolöverstyrelsens handledningar

Tabell 4. Översikt över styrdokument för skolan.

Årtal	Styrdokument	Kursplan för matematik eller liknande
1878	Normalplan för undervisning i folkskolan	Motiv för räkning och geometri samt metodiska anvisningar för räkning
1889	Normalplan för undervisning i folkskolan	Motiv för räkning och geometri samt metodiska anvisningar för räkning och geometri
1900	Normalplan för undervisning i folkskolan	Motiv för räkning och geometri samt metodiska anvisningar för räkning och geometri
1919	Undervisningsplan för rikets folkskolor	Metodiska anvisningar för alla ämnen Kursplan för räkning och geometri
1955	Undervisningsplan för rikets folkskolor	Kursplan för matematik
1962	Läroplan för grundskolan	Kursplan för matematik
1969	Läroplan för grundskolan	Kursplan för matematik
1980	Läroplan för grundskolan	Kursplan för matematik
1994	Läroplan för det obligatoriska skolväsendet	Kursplan för matematik
2011	Läroplan för grundskolan	Kursplan för matematik